Potenzen und Wurzeln

Grundwissen: $\sqrt{a}=a^{\frac{1}{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{a}}=a^{-\frac{1}{2}}$ $\sqrt[3]{a}=a^{\frac{1}{3}}$ $\sqrt[4]{a^3}=\sqrt[4]{a}^{\,3}=a^{\frac{3}{4}}$

Allgemein gilt: $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a}^{\,m}=\sqrt[n]{a^m}$ (Der Radikand a muss stets ≥ 0 sein!)

Beispielrechnungen:

Man kann Wurzelaufgaben in Potenzen umschreiben und umgekehrt:

a) $3^{\frac{3}{2}}=3^{1+\frac{1}{2}}=3^1\cdot 3^{\frac{1}{2}}=3\cdot\sqrt{3}$ b) $x^{\frac{5}{2}}=x^{2+\frac{1}{2}}=x^2\cdot\sqrt{x}$

… Potenzen berechnen und als Wurzeln schreiben:

c) $36^{-\frac{1}{4}}=\left(6^2\right)^{-\frac{1}{4}}=6^{-\frac{1}{4}\cdot 2}=6^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{6^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{6}}$

d) $25^{-\frac{3}{4}}=\left(5^2\right)^{-\frac{3}{4}}=5^{-\frac{2}{4}\cdot 2}=5^{-\frac{3}{2}}=\frac{1}{5^{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{5\sqrt{5}}= \longrightarrow =\frac{1\cdot\cdot\sqrt{5}}{5\underbrace{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}_{=5}}=\frac{\sqrt{5}}{5^2}=\frac{1}{25}\sqrt{5}$

Jetzt macht man den Nenner rational, indem man mit $\sqrt{5}$ erweitert:

… Wurzeln berechnen und dazu in Potenzen umschreiben:

e) $\sqrt[6]{625}=625^{\frac{1}{6}}=\left(5^4\right)^{\frac{1}{6}}=5^{4\cdot\frac{1}{6}}=5^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{5^2}=\sqrt[3]{25}$

f) $\frac{1}{\sqrt[4]{36}}=\frac{1}{36^{\frac{1}{4}}}=\frac{1}{\left(6^2\right)^{\frac{1}{4}}}=\frac{1}{6^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{6}}\overset{\text{Nenner}}{\underset{\text{rational machen}}{=}}\frac{1\cdot\sqrt{6}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}=\frac{1}{6}\sqrt{6}$

g) $\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt{3}=3^{\frac{1}{3}}\cdot 3^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}=3^{\frac{5}{6}}=\sqrt[6]{3^5}=\sqrt[6]{243}$

h) $\frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[5]{16}}=\frac{(32)^{\frac{1}{3}}}{(16)^{\frac{1}{5}}}=\frac{\left(2^5\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(2^4\right)^{\frac{1}{5}}}=\frac{2^{\frac{5}{3}}}{2^{\frac{4}{5}}}=2^{\frac{5}{3}-\frac{4}{5}}=2^{\frac{25}{15}-\frac{12}{15}}=2^{\frac{13}{15}}=\sqrt[15]{2^{13}}$

Das ist alles relativ schwer. Man benötigt dazu viel Übung.

Weit über hundert Aufgaben zu diesem großen Algebrabereich

findet man in den CDs der folgenden Webseiten: