Lineare Gleichungen lösen

Beispiel 1

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = 5 - \frac{1}{2}x \quad |\cdot 6 \text{ !!!}$$

$$\frac{2}{3}\boxed{\cdot 6}\cdot x - \frac{1}{2}\boxed{\cdot 6} = 5\boxed{\cdot 6} - \frac{1}{2}\boxed{\cdot 6}\cdot x$$

$$4x - 3 = 30 - 3x \quad | + 3x$$

$$7x - 3 = 30 \quad | + 3$$

$$7x = 33 \quad | : 7$$

$$x = \frac{33}{7}$$

Lösungsmenge: $L = \left\{\frac{33}{7}\right\}$

Lösungsmethode:

Ein heißer Tipp ist oft: „**Beseitige zuerst das, was dich stört**“.
Hier sind es die Brüche, die einem das Leben schwer machen.
Um sie mit einem Schlag zu beseitigen, multipliziert man die Gleichung mit dem „Hauptnenner“, also dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen der vorhandenen Nenner 3 und 2, also mit 6 (2. Zeile).

Dabei sollte man sofort so kürzen:

Rechne so:
$$\frac{2}{3}x\cdot 6 \underset{6:3\cdot 2=4}{=} 4x$$

Damit erhält man die übersichtliche dritte Gleichung.
Danach ist es nicht mehr weit zum Ziel.

Beispiel 2

$$3(4x-2) - 5(2x+6) = 2(x+13)$$

$$12x - 6 - 10x - 30 = 2x + 26$$

$$2x - 36 = 2x + 26 \quad | - 2x$$

$$-36 = 26$$

Die letzte Gleichung stellt eine falsche Aussage dar. Sie hat keine Lösungsmenge.
Die Annahme, die Gleichung sei lösbar, hat zu einem Widerspruch geführt.
Also war die Annahme falsch. Die Gleichung hat doch keine Lösung.

Lösungsmenge: $L = \{\ \}$

Beispiel 3

$$4x + 3 - (15x + 2) = 2(4 - 4x) - (3x + 7)$$

$$4x + 3 - 15x - 2 = 8 - 8x - 3x - 7$$

$$-11x + 1 = -11x + 1$$

Weil auf beiden Seiten der letzten Gleichung derselbe Term steht,
liefert das Einsetzen jeder beliebigen Zahl eine wahre Aussage.

Beispiel: Für x = 5 folgt: $-55 + 1 = -55 + 1$ bzw. $-54 = -54$!

Ergebnis: **Jede Zahl ist also Lösung der Gleichung**.
Die Lösungsmenge ist die gesamte Grundmenge, also $\mathbf{L} = \mathbb{Q}$ oder $\mathbf{L} = \mathbb{R}$

Die Grundmenge ist mit Klasse 8 die Menge $\mathbb{Q}$ aller Bruchzahlen (rationalen Zahlen) und später die Menge $\mathbb{R}$ aller reellen Zahlen.